

|     |                       |  |
|-----|-----------------------|--|
| TTY | 72041 Fysiikan työt I | 21.10.2009   |
| APa | 3.2 Ominaislämpö      | 194621 Laura Metsänen<br>TiTe<br>181509 Olli Pietikäinen<br>TiTe |

# **Sisältö**

|                                       |           |
|---------------------------------------|-----------|
| <b>1 Johdanto</b>                     | <b>1</b>  |
| <b>2 Teoria</b>                       | <b>1</b>  |
| <b>3 Työn suoritus</b>                | <b>3</b>  |
| <b>4 Mittaustulokset ja havainnot</b> | <b>4</b>  |
| <b>5 Tulosten laskenta</b>            | <b>7</b>  |
| <b>6 Virhearvio</b>                   | <b>10</b> |
| <b>7 Yhteenveto</b>                   | <b>10</b> |
| <b>Viitteet</b>                       | <b>12</b> |
| <b>Liitteet</b>                       | <b>13</b> |

# 1 Johdanto

Tämän työn tavoitteena oli tutustua kappaleen lämpenemiseen ja jäähtymiseen. Työssä määritettiin kahden materiaaliltaan tuntemattoman kappaleen ominaislämpö. Tässä dokumentissa esitellään työn taustalla oleva teoria, työn suoritus sekä saadut tulokset virhearvioineen.

## 2 Teoria

Kun kiinteässä, nestemäisessä tai kaasumaisessa olomuodossa olevaan aineeseen tuodaan lämpöenergiaa, sen lämpötila nousee. Kappaleilla on lämpökapasiteetti  $C$  joka määrää kuinka paljon kappaleen lämpötila nousee.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Kaavassa 1  $\Delta Q$  on lämpömäärä, eli kuinka paljon lämpöenergiaa kappaleeseen on tuotu. Lämpömäärän yksikkö on  $J$  eli joule.  $\Delta T$  tarkoittaa kaavassa lämpötilan muutosta. SI-järjestelmän mukaisesti lämpötilan tunnus on  $T$  ja sitä mitataan yksiköllä  $K$  eli kelvin. Kuitenkin mitattaessa lämpötilan muutosta voidaan käyttää myös yksikköä  $^{\circ}C$  eli celsiusaste.

Tarkasteltaessa eri materiaalien välisiä eroja lämpökapasiteettia hyödyllisempää on tarkastella ominaislämpökapasiteettia  $c$ . Ominaislämpökapasiteetista käytetään myös nimitystä ominaislämpö. Ominaislämmöllä tarkoitetaan lämpökapasiteettia massayksikköä kohti. Ominaislämpö on esitetty kaavassa 2.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}. \quad (2)$$

Ominaislämpö on aineen ominaisuus, esimerkiksi alumiinin ominaislämpö on  $0,900 \frac{kJ}{kg \cdot K}$  [1, s. 72]. Tämä tarkoittaa, että kun 1 kg massan omaavaan alumiinikappaleeseen siirretään 900 J lämpöenergiaa, kappaleen lämpötila nousee  $1^{\circ}C$ .

Ominaislämmön määrittämiseksi tutkitaan kappaleen lämpötilanmuutosta, kun sitä lämmitetään tunnetulla energiamäärällä. Koejärjestelyssä lämmitetään kahta eri

massan omaavaa mutta samasta materiaalista valmistettua kappaletta mittausjärjestelyssä, jossa muut järjestelmän ominaisuudet ovat vakioita. Saadaan kaavassa 3 esitetyt kokonaislämpökapasiteetit.

$$\begin{cases} C_1 = m_1 c + C_0 \\ C_2 = m_2 c + C_0 \end{cases} \quad (3)$$

Kaavassa 3  $C_0$  on lämmittimen ja lämpömittarin yhteinen lämpökapasiteetti joka on tuntematon. Kaavassa 4 eliminoidaan  $C_0$  yhtälöstä ja ratkaistaan ominaislämpö  $c$ .

$$c = \frac{C_1 - C_2}{m_1 - m_2} \quad (4)$$

Lämmitämme kappaleita sähkövastuksella jonka lämmitysteho on sähköteho

$$P = UI \quad (5)$$

jossa  $U$  on käytetty jännite ja  $I$  on käytetty virta. Molemmat ovat mittauksissa vakioita ja luetaan suoraan mittareista.

Lämmityksen aikana kappaleeseen siirtynyt lämpöenergia on

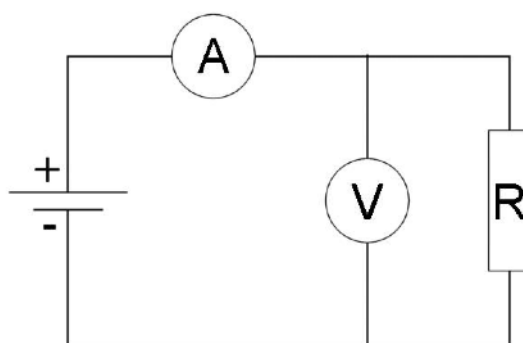
$$\Delta Q = P \Delta t \quad (6)$$

Nyt voidaan merkitä lämpöenergioita  $\Delta Q_1$  ja  $\Delta Q_2$ , lämmitystehoja  $P_1$  ja  $P_2$ , lämmitysaikoja  $\Delta t_1$  ja  $\Delta t_2$  sekä lämpötilan muutoksia  $\Delta T_1$  ja  $\Delta T_2$ .

$$\begin{cases} C_1 \Delta T_1 = \Delta Q_1 = P_1 \Delta t_1 \\ C_2 \Delta T_2 = \Delta Q_2 = P_2 \Delta t_2 \end{cases} \quad (7)$$

Ratkaisemalla  $C_1$  ja  $C_2$  sekä sijoittamalla ratkaisut yhtälöön 4 saadaan

$$c = \frac{1}{m_1 - m_2} \left( \frac{P_1 \Delta t_1}{\Delta T_1} - \frac{P_2 \Delta t_2}{\Delta T_2} \right) \quad (8)$$



Kuva 1: Mittauksessa käytetty kytkentä [2]

### 3 Työn suoritus

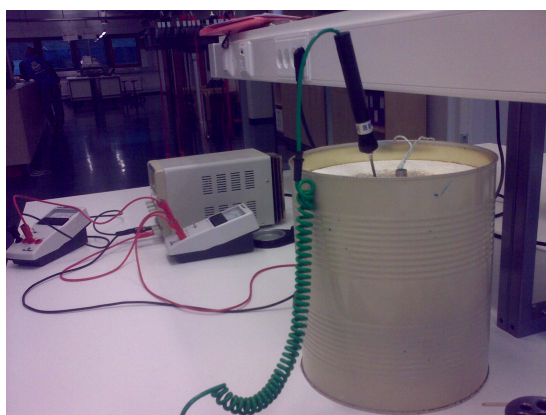
Työ suoritettiin fysiikan oppilaslaboratoriossa yhden mittausvuoron aikana. Työ kohdistui kahteen samaa materiaalia olevaan, samankokoiseen kappaleeseen, joista toisen massaa oli kevennetty poraamalla siihen reikiä.

Mittaamista varten tehtiin kuvan 1 mukainen kytkentä, jonka assistentti tarkisti. Virtamittarin alueeksi asetettiin 5 A ja jännitemittarin alueeksi 15 V DC. Mitattavat kappaleet punnittiin.

Ensimmäinen kappale siirrettiin kalorimetrin (kuvassa 2) sisälle pihdeillä. Lämmitysvastus asetettiin sen keskimmäiseen koloon ja lämpömittarin anturi pieneen reunakoloon. Lämpömittarin tarkkuudeksi asetettiin  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Lämmitysvirta kytkettiin päälle ja annettiin mitattavan kappaleen lämmitä yli  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mutta alle  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Tämän jälkeen lämmitysvirta kytkettiin pois päältä ja odotettiin että lämpötila lähti laskemaan. Laskun alettua lämpötila kirjattiin ylös viiden minuutin välein.

Lämmitysvirta kytkettiin jälleen päälle ja lämpötila kirjattiin ylös minuutin välein kymmenen minuutin välein. Tämän jälkeen lämmitysvirta kytkettiin jälleen pois päältä. Lämpötila kirjattiin edelleen ylös minuutin välein. Lämpötilan laskettua viiden kirjauksen ajan kirjaaminen lopetettiin. Kappale vaihdettiin toiseen pihtejä käyttäen ja sama lämmitys- ja mittausrutiini toistettiin toiselle kappaleelle.



Kuva 2: Kalorimetri

## 4 Mittaustulokset ja havainnot

Kappaleen 1 massaksi mitattiin 1094,9 g (tarkkuus 0,1 g) ja kappaleen 2 massaksi 714,1 g (tarkkuus 0,1 g). Kappaleiden materiaalin arveltiin niiden massan ja ulkomuodon perusteella olevan kuparia.

Lämmitysvirta oli molempien kappaleiden kohdalla 2,8 A ja lämmitysännite 10 V.

Taulukko 1: Kappaleen 1 esijakso

| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|--------------|----------------------------|
| 0            | 26,6                       |
| 1            | 26,3                       |
| 2            | 26,3                       |
| 3            | 26,3                       |
| 4            | 26,3                       |
| 5            | 26,3                       |
| tarkkuus     | 0,1                        |

Taulukko 2: Kappaleen 1 pääjakso

| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}C$ ) |
|--------------|---------------------|
| 0            | 26,3                |
| 1            | 26,9                |
| 2            | 28,5                |
| 3            | 30,4                |
| 4            | 32,5                |
| 5            | 34,6                |
| 6            | 36,7                |
| 7            | 38,9                |
| 8            | 41,0                |
| 9            | 43,1                |
| 10           | 45,2                |
| tarkkuus     | 0,1                 |

Taulukko 3: Kappaleen 1 jälkijakso

| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}C$ ) |
|--------------|---------------------|
| 0            | 45,2                |
| 1            | 46,5                |
| 2            | 46,9                |
| 3            | 46,9                |
| 4            | 46,8                |
| 5            | 46,6                |
| 6            | 46,4                |
| 7            | 46,1                |
| tarkkuus     | 0,1                 |

Taulukko 4: Kappaleen 2 esijakso

| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|--------------|----------------------------|
| 0            | 28                         |
| 1            | 27,9                       |
| 2            | 27,9                       |
| 3            | 27,9                       |
| 4            | 27,9                       |
| 5            | 27,9                       |
| tarkkuus     | 0,1                        |

Taulukko 5: Kappaleen 2 pääjakso

| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|--------------|----------------------------|
| 0            | 27,9                       |
| 1            | 28,7                       |
| 2            | 31,1                       |
| 3            | 34,0                       |
| 4            | 37,0                       |
| 5            | 40,0                       |
| 6            | 43,1                       |
| 7            | 46,1                       |
| 8            | 49,1                       |
| 9            | 52,0                       |
| 10           | 54,9                       |
| tarkkuus     | 0,1                        |

Taulukko 6: Kappaleen 2 jälkijakso

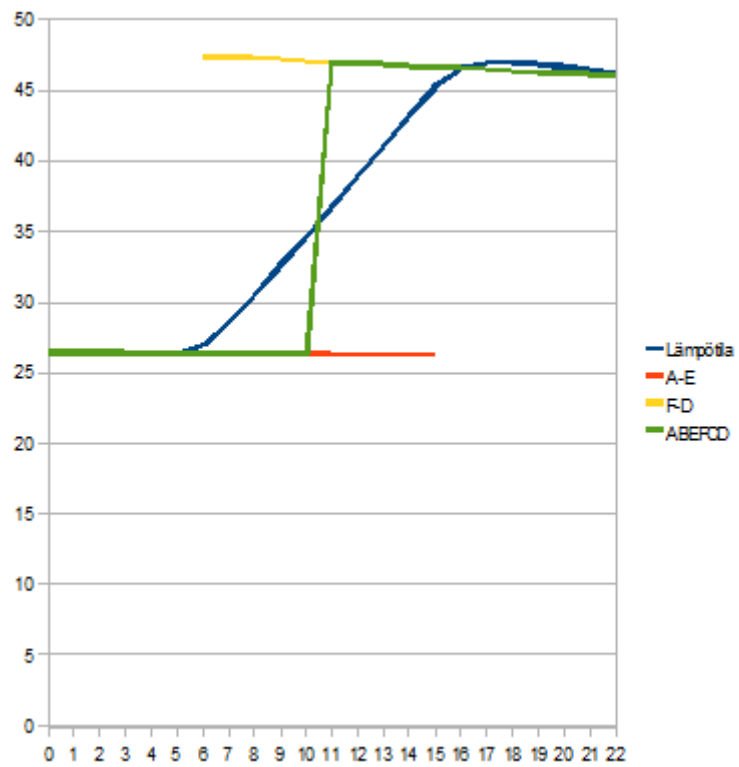
| mittauskerta | $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|--------------|----------------------------|
| 0            | 54,9                       |
| 1            | 56,7                       |
| 2            | 56,8                       |
| 3            | 56,5                       |
| 4            | 56,0                       |
| 5            | 55,5                       |
| 6            | 54,9                       |
| 7            | 54,3                       |
| tarkkuus     | 0,1                        |

## 5 Tulosten laskenta

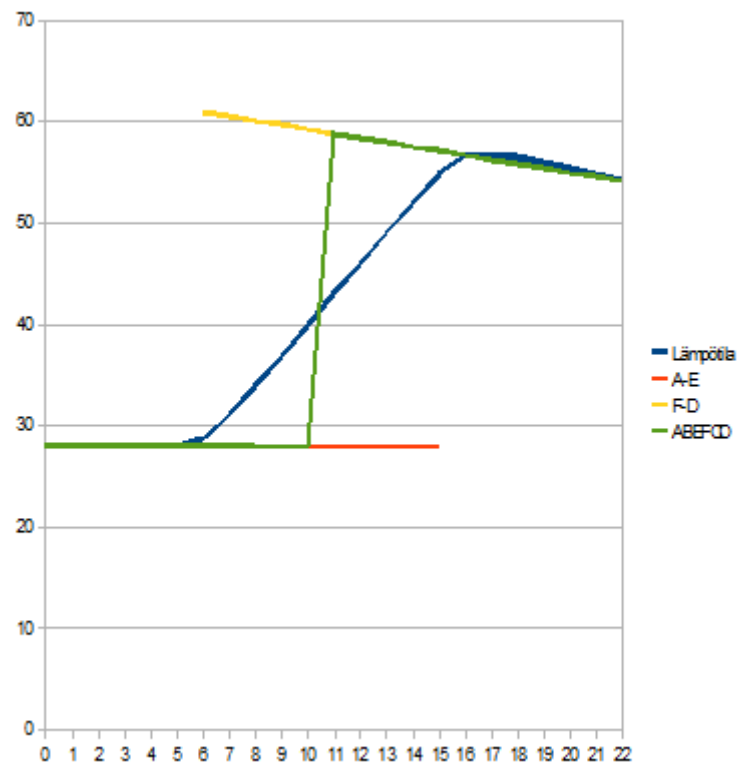
Mitatuista alku- ja jälkilämmitysjaksojen arvoista saatiin laskevat lineaariset suorat soveltamalla lineaarista regressiota mitattuihin arvoihin. Kuvassa 3 on kappaleen 1 ja kuvassa 4 kappaleen 2 kuvaajat. Niissä nähdään sinisellä kuvaajalla kaikki mitatut arvot. Punainen kuvaaja on alkulämmitysjakson mitatuista lämpötiloista lineaarisen regression avulla muodostettu suora ja keltainen on puolestaan jälkilämmitysjakson vastaava suora. Vihreä kuvaaja on pinta-alasäännön [3] mukaisesti piirretty.

Pinta-alasäännön nojalla piirretystä kuvaajasta voidaan arvioida, että pinta-alat ovat yhtenevät mittauskertojen 10 ja 11 välissä. Sijoittamalla arvo 10,5 lineaarisella regressiolla alku- ja loppulämmitykselle muodostettuihin suoran yhtälöihin saatuihin laskevien suorien yhtälöihin saadaan laskettua kappaleiden lämpötilanmuutoksen  $\Delta T$  arvot.

Sijoittamalla arvioitu  $\Delta T_k$  yhdessä muiden jo tunnettujen arvojen kanssa kaavaan 8 voidaan laskea kappaleiden materiaalin ominaislämpö  $c$ . Kappaleen 1 lämpötilan muutokseksi  $\Delta T_1$  arvioitiin  $21,19\text{ }^{\circ}\text{C}$  ja kappaleen kaksi  $\Delta T_2$  arvioitiin  $32,21\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Näillä arvoilla ominaislämmöksi  $c$  saatiin  $668,43\text{ } \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$ , eli  $0,67\text{ } \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$ .



Kuva 3: Kappaleen 1 kuvaajat



Kuva 4: Kappaleen 2 kuvaajat

## 6 Virhearvio

Todettiin, että  $P_1 = P_2 = P$  ja laskettiin ominaislämpökapasiteetin virhe funktion kokonaisdifferentiaalilla kaavalla [4]:

$$\begin{aligned}
 \Delta c = & \left| \frac{P}{(m_1 - m_2)^2} \left( \frac{\Delta t_1}{\Delta T_1} - \frac{\Delta t_2}{\Delta T_2} \right) \right| \Delta m_1 \\
 & + \left| \frac{P}{(m_1 - m_2)^2} \left( \frac{\Delta t_1}{\Delta T_1} - \frac{\Delta t_2}{\Delta T_2} \right) \right| \Delta m_2 \\
 & + \left| \frac{1}{m_1 - m_2} \left( \frac{\Delta t_1}{\Delta T_1} - \frac{\Delta t_2}{\Delta T_2} \right) \right| \Delta P \\
 & + \left| \frac{P}{m_1 - m_2} \frac{1}{\Delta T_1} \right| \Delta(\Delta t_1) \\
 & + \left| \frac{P}{m_1 - m_2} \frac{\Delta t_1}{(\Delta T_1)^2} \right| \Delta(\Delta T_1) \\
 & + \left| \frac{P}{m_1 - m_2} \frac{1}{\Delta T_2} \right| \Delta(\Delta t_2) \\
 & + \left| \frac{P}{m_1 - m_2} \frac{\Delta t_2}{(\Delta T_2)^2} \right| \Delta(\Delta T_2).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Termien määrän rajoittamiseksi  $\Delta P$  laskettiin vastaavalla kokonaisdifferentiaalilla kaavalla  $|U|\Delta I + |I|\Delta U$ .

Kuvaajasta ja lineaarisen regression perusteella määritettyjen lämpötilaerojen  $\Delta T_1$  ja  $\Delta T_2$  virheet  $\Delta(\Delta T_1)$  ja  $\Delta(\Delta T_2)$  arvioitiin kuvaajasta ja mittaustuloksista seuraavasti.

Etsittiin kuvaajan perusteella kohdat, joiden välissä pinta-alaekvivalenssin tasapaino kääntyy selkeästi puolelta toiselle ja laskettiin näiden lämpötilojen erotus näissä mittauskohdissa. Tästä saatiin suorien virhearviot. Lämpötilan muutoksen virhe  $\Delta(\Delta T_k)$  arvoitiin summaamalla nämä kaksi virhettä.

Virhetermit on eritelty taulukossa 7

Saimme maksimivirheeksi arvon  $49,69 \frac{J}{kg^\circ C}$

## 7 Yhteenveto

Työn alussa arvioimme kappaleiden olevan kuparia. Kuparin todellinen ominaislämpökapasiteetti on  $0,387 \frac{kJ}{kg^\circ C}$  [1, s. 72]. Tässä työssä määritimme kappaleiden omi-

Taulukko 7: Virhetermien arvot

| Termi                | Virhe  |
|----------------------|--------|
| $\Delta m_k$         | 0,0001 |
| $\Delta P$           | 1,2    |
| $\Delta(\Delta t_k)$ | 1,0    |
| $\Delta(\Delta T_k)$ | 0,1    |
| $\Delta I_k$         | 0,05   |
| $\Delta U_k$         | 0,25   |

naislämpökapasiteetin olevan  $(0,67 \pm 0,05) \frac{kJ}{kg^\circ C}$ . Tämän ominaislämpökapasiteetin virherajojen sisälle osuvat mm. hiilen ja piin ominaislämpökapasiteetit [1, s. 72-74]. Näitä ei voida pitää realistisina vaihtoehtoina, joten todetaan mittauksessa ja/tai määrittämisessä tapahtuneen virheitä ja keskitytään tarkastelemaan niitä.

Kalorimetri on avonainen astia, joten siitä pääsee haihtumaan jonkin verran lämpöä mittauksen aikana. Koska oppilaslaboratorion kalorimetreillä on kuitenkin tietävästi määritetty ominaislämpökapasiteetti useaan kertaan suhteellisen onnistuneesti, ei pidetty uskottavana, että tämä olisi syy havaittuun tuloksen virheellisyyteen.

Kappaleiden lämpötilaa mitattiin  $0,1^\circ C$  asteen tarkkuudella. Varsinkin jäähtymisjaksoilla tällä tarkkuudella havaitut muutokset olivat pieniä, joten jäähtymisjaksoille approksimoitujen suorien kulmakertoimet voivat olla epätarkkoja.

Lämmitysjakson jako kahteen osaan tehtiin silmämääräisesti pinta-aloja arvioimalla. Tähän liittyy luonnollisesti suuri virheen mahdollisuus. Pidämme todennäköisenä, että arvioimme lämpötilaerojen virheen  $\Delta(\Delta T)$  alakanttiin ja siitä todellisuudessa aiheutuu merkittävämpi virhe lopputulokseen kuin laskutoimituksemme antavat ymmärtää.

## Viitteet

- [1] M. Kervinen and J. Smolander, *MAOL-taulukot*, 2nd ed. Keuruu: Otava, 2000.
- [2] “Fysiikantyöt 1 työpaikkaohje 3.2 ominaislämpö,” TTY, 2008. [Online]. Available: <http://moodle.tut.fi/file.php/2016/3.2.Ominaislampo.tyoohje.paivitetty.20080510.LO.pdf>
- [3] “Fysiikantyöt 1 opintomoniste 3.2 ominaislämpö,” TTY, 2007. [Online]. Available: <http://moodle.tut.fi/file.php/2016/3.2.Ominaislampo.pruju.paivitetty.20070809.LO.pdf>
- [4] J. Laaksonen and M. Hirsimäki, “Virheiden ja tulosten analysoiminen,” TTY, 2010. [Online]. Available: <http://moodle.tut.fi/mod/resource/view.php?id=24141>

# **Liitteet**

1. Mittauspöytäkirja